

OTIMIZAÇÃO DE PADRÕES DE CORTE EM FLORESTA PLANTADA DE EUCALIPTO

Vanessa de Souza Gomes¹; Marya Eduarda Feliciano²; Rafael Menali Oliveira¹; Cássio Augusto Ussi Monti³; Lucas Rezende Gomide⁴

⁽¹⁾ Eng. Florestal, Mestrando em Ciências Florestais, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 3037, CEP 37.200-000, Lavras (MG), vanessadesouzagomes@hotmail.com, rafaelmenali7@hotmail.com. ⁽²⁾ Eng. Florestal, Mestre em Manejo Florestal, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 3037, CEP 37.200-000, Lavras (MG), maryaeduardafeliciano@hotmail.com. ⁽³⁾ Eng. Florestal, Doutorando em Ciências Florestais, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 3037, CEP 37.200-000, Lavras (MG), cassioaumonti@yahoo.com. ⁽⁴⁾ Eng. Florestal, Dr., Professor do Departamento de Ciências Florestais, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 3037, CEP 37.200-000, Lavras (MG), lucasgomide@ufla.br

Identificação do evento: Apresentado no IV Congresso Brasileiro de Eucalipto – 07 a 08 de agosto de 2019, Salvador/BA.

RESUMO: O presente trabalho teve como objetivo integrar o uso de funções de afilamento na geração de padrões de corte, aliado a um modelo matemático de programação linear inteira (PLI), em um povoamento de *Eucalyptus* spp. de 7 anos de idade, visando minimizar as perdas pelo corte da madeira. Foi feito o ajuste do modelo de função de afilamento do polinômio do 5º grau, codificou-se um algoritmo gerador de combinações de padrões de corte e depois, utilizou-se um algoritmo de PLI para otimizar a escolha dos padrões de corte por classe de diâmetro. As medidas de precisão indicaram que resultados do ajuste foram satisfatórios para o objetivo do estudo. O modelo gerado pela PLI encontrou uma solução factível, sendo esta considerada ótima, após 0,01 segundos de processamento. Conclui-se que modelo matemático foi eficaz na obtenção de padrões de corte ótimos para fustes de árvores permitindo a minimização dos resíduos não aproveitados pela floresta.

Palavras-chave: Afilamento, planejamento florestal, programação linear inteira.

INTRODUÇÃO

A indústria florestal é versátil quanto ao tipo de produto gerado, podendo processar a matéria-prima para inúmeros fins, dentre eles a celulose, carvão, chapas ou até mesmo todos juntos, no manejo de multirrodutos. Neste último caso é necessária maior atenção na colheita, a fim de gerar o mínimo desperdício possível após o corte e traçamento das toras, para gerar os n produtos em uma mesma árvore. Tal problema é classificado com *Cut Stock Problem*. Genericamente, pode-se conceituar padrão de corte como diferentes formas de se cortar algum material, ou seja, é a relação dos possíveis cortes potenciais a serem realizados em um determinado material. As perdas decorrentes das operações de corte são inevitáveis, motivando o seu planejamento a fim de minimizar os efeitos negativos gerados pelo desperdício sobre os custos de produção (ARCE, et al., 2004). Segundo Arce et al. (2004), as florestas comerciais podem ser vistas como fábricas produtoras de grandes peças de matéria-prima, as árvores, com grande capacidade de estoque.

De acordo a Indústria Brasileira de Árvores – IBÁ (2017), em 2016, as florestas plantadas ocupavam uma área de 7,84 milhões de hectares no Brasil, sendo fonte de matéria-prima para mais de cinco mil produtos e subprodutos originados da madeira. Arce et al. (2004) salientam que a quantidade de cada um dos diferentes tipos de produtos que podem ser obtidos da floresta é influenciada pelo padrão de corte das árvores. Pode-se inferir que quanto maior for o número de produtos, maior será o número de combinações possíveis para atingir um traçamento otimizado. Uma das formas de se conhecer o perfil do tronco das árvores e identificar as possibilidades de sortimentos para a mesma é através das funções de afilamento, que permitem estimar o diâmetro da árvore a qualquer altura (GONÇALVES et al., 2013).

Adicionalmente, ao aliar o número de produtos às dimensões das árvores (diâmetro a altura do peito - DAP e altura total) e a sua demanda ao número de toras, nota-se que o problema do padrão de corte torna-se ainda mais complexo, devido ao grande número de variáveis envolvidas. Dessa forma, faz-se necessária a utilização de técnicas de otimização, como métodos matemáticos (exatos ou aproximados) para a geração de padrões de corte, visando a correta informação para a tomada de decisão a fim de aumentar a receita ou reduzir a perda de material. Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo integrar o uso de funções de afilamento na geração de padrões de corte, aliado a um modelo matemático de programação linear inteira (PLI), em um povoamento de *Eucalyptus* spp., visando minimizar o resíduo pelo corte/traçamento da madeira.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo são provenientes de um povoamento florestal de *Eucalyptus* spp. com idade de 7 anos localizado no sul de Minas Gerais. Foi realizado o inventário florestal de uma área com 18 unidades amostrais de formato circular com raio igual a 11,28 m, divididas em 2 talhões (T1 e T3), com 5 e outro com 13 parcelas respectivamente. Foram medidos os DAP's de todas as árvores e as alturas da linha central de cada parcela. Foram ajustados dois modelos hipsométricos, Curtis e Chapman-Richards (Equações 1 e 2), para a estimativa da altura total das amostras. Após o ajuste por parcela, foram calculadas as estatísticas para comparação dos modelos: Gráfico de

resíduos, desvio padrão do erro percentual e absoluto, coeficiente de determinação, quadrado médio do erro e soma de quadrados do erro.

$$Ht = \beta_0(1 - e^{\beta_1 DAP})^{\beta_2} + \varepsilon \quad (1)$$

$$Ht = \beta_0 + \frac{\beta_1}{DAP} + \varepsilon \quad (2)$$

Foram cubadas 58 árvores (44 no T1 e 14 no T3), representativas da população inventariada. Para obter a estimativa do perfil das árvores, foi ajustada a função de afilamento do polinômio do quinto grau (diâmetros a várias alturas), por possuir boa acuracidade na representação da forma do fuste (QUEIROZ, 2006). A equação 3 ilustra o modelo, em que di é o diâmetro, em cm, a ser encontrado em uma altura hi , em metros, H é altura total, em metros, das árvores amostradas, DAP é o diâmetro, em cm, a 1,3 m de altura do solo, β_i são os parâmetros ajustados pela regressão e ei é o erro aleatório.

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{H}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{H}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{H}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{H}\right)^5 + ei \quad (3)$$

Os dados coletados pelo inventário florestal foram agrupados em 7 classes de diâmetro com amplitude de 5 cm. No entanto, a classe 1 foi retirada da análise por não apresentar valor central de diâmetro dentro do estabelecido pela demanda de produtos (Tabela 2). Os padrões de corte foram gerados com base nas dimensões técnicas dos produtos e função de afilamento para cada árvore média das 7 classes de diâmetro. Um gerador de padrões de corte foi construído, constituído por sistema de árvore de busca, como descrito por Gonçalves et al. (2013) e proposto por Suliman (2001) (Figura 1). Os níveis da árvore de busca representam os diâmetros mínimos dos produtos em ordem decrescente, os números representam as divisões realizadas para cada árvore média, em cada classe de diâmetro observada em campo e o R representa os resíduos de cada árvore que sobram ao final da combinação de toras.

Tabela 1. Especificações técnicas dos produtos.

Produtos	Especificações Técnicas dos Produtos	
	Ø (cm)	h (m)
A	20	3,5
B	10	2,5
C	8	2,0

Em que: Ø = diâmetro da menor extremidade da tora; h = comprimento da seção da tora.

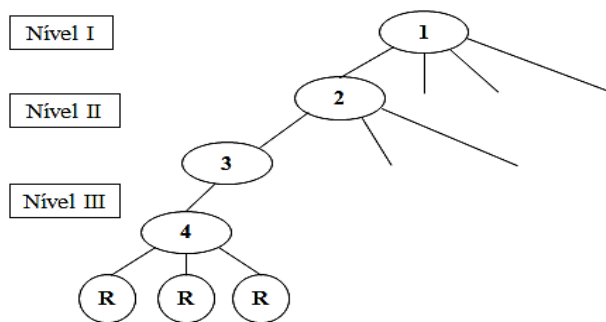


Figura 1. Esquema da árvore de busca para geração dos padrões de corte, adaptado de Suliman (2001).

Foram gerados 1.604 planos de corte divididos nas 6 classes diamétricas (de II a VII) para os três produtos solicitados, considerando as dimensões das árvores médias de cada classe do povoamento de Eucalipto. Em seguida, utilizou-se um modelo de programação linear inteira (PLI), testado por Jahromi et al. (2012), e, adaptado para o meio florestal, para resolver o problema da seleção de padrões de corte das árvores. Este modelo tinha a função objetivo de minimizar o somatório dos resíduos ∂ gerados pelos padrões de corte X habilitados, para cada classe de diâmetro i e padrão de corte j (Equação 4) e as restrições de oferta F , para cada classe de diâmetro i (Equação 5), de demandas máxima (Equação 6) e mínima (Equação 7) de cada produto k , através da comparação do número de toras NT. Como última restrição, a variável de decisão se mantém inteira e positiva (Equação 8), de acordo as propriedades da programação linear inteira.

Função Objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_i \sum_j^{j \in I} \partial_{ij} X_{ij} \quad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_j^{j \in I} X_{ij} \leq F_i \quad ; \forall i \quad (5)$$

$$\sum_i^I \sum_j^{J \in I} NT_{ijk} X_{ij} \leq P_k^{MAX} \quad ; \forall k \quad (6)$$

$$\sum_i^I \sum_j^{J \in I} NT_{ijk} X_{ij} \geq P_k^{MIN} \quad ; \forall k \quad (7)$$

$$X_{JJ}^{INT} \in \mathbb{Z}^+ \quad (8)$$

O ajuste do modelo de afilamento foi realizado no software livre *R*® versão 3.2.1 *THE R FOUNDATION FOR STATISTICAL COMPUTING*®. O modelo matemático foi formulado no software *LINGO*® versão 9.0 *LINDO SYSTEMS*®, licenciada pela Universidade Federal de Lavras, sendo empregado o algoritmo *branch-and-bound*. Foi utilizado um computador com processador *Intel® core TM i7 2,7 GHz* 8 de RAM, para o processamento dos dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Das 18 parcelas amostradas, nos 2 talhões, constatou-se que na parcela 17 não foi possível o ajuste hipsométrico do modelo não linear de Chapman-Richards. Essa resposta pode ser justificada pelo fato dos dados referentes àquela parcela não apresentarem comportamento não linear, contudo não se aprofundou neste tema por não ser o objetivo do trabalho. Sendo assim, utilizou-se o modelo de Curtis para estimar os valores de alturas desta parcela, sem a utilização de uma terceira equação como contra prova. A comparação resultou em 50% das parcelas melhor explicadas pela equação de Curtis e outras 50%, pela equação de Chapman-Richards (C&R). Segundo Leduc e Goelz (2009), Curtis, em 1967, examinou várias formas de equações do tipo altura-diâmetro e sugeriu que curvas mais moderadas (lineares) dariam resultados similares a curvas mais sofisticadas (não lineares), afirmação confirmada pelo resultado obtido nas análises para este problema.

A Tabela 3 apresenta os valores dos parâmetros da função de afilamento, por talhão, bem como a análise estatística do ajuste. Verificou-se que os resultados do ajuste do polinômio do 5º grau foram satisfatórios para o objetivo do estudo, uma vez que apresentou valores baixos do erro-padrão residual, 0,050 para o T1 e 0,040 para o T3 e elevados valores do coeficiente de correlação ajustado (R^2), 0,963 e 0,976, para os T1 e T3, respectivamente.

Tabela 3. Estatísticas do ajuste do polinômio do 5º grau, por talhão.

Talhão	Coefficientes	Valores	Erro Padrão (m)	Erro Padrão Residual (m)	R^2 ajustado	R^2 múltiplo
1	β_0	1,175	0,008	0,050	0,963	0,964
	β_1	-4,410	0,223			
	β_2	23,012	1,787			
	β_3	-60,392	5,618			
	β_4	70,259	7,500			
	β_5	-30,203	3,563			
3	β_0	1,147	0,010	0,040	0,976	0,976
	β_1	-3,732	0,295			
	β_2	16,974	2,271			
	β_3	-40,194	6,860			
	β_4	42,318	8,834			
	β_5	-16,578	4,060			

O modelo gerado pela PLI encontrou a solução ótima. Os resultados ótimos foram obtidos após 0,01 segundos de processamento, produzindo 1.646,15 m lineares de madeira, sendo estes resíduos não aproveitáveis gerados para floresta em respeito aos produtos considerados. A minimização do resíduo é uma questão prioritária em uma empresa, pois esta deve atender a demanda imposta utilizando a menor quantidade de matéria prima possível (GONÇALVES et al., 2013). Gonçalves et al. (2013) e Matias (2017) também encontraram resultados ótimos em tempos de processamento considerados baixos, para a otimização de padrões de corte utilizando a PLI.

A Tabela 4 apresenta os resultados gerados pelo modelo de PLI, para a quantidade real de toras produzidas para cada produto, considerando as classes de diâmetro existentes no povoamento. Nota-se que as demandas dos três produtos foram atendidas.

Tabela 4. Número de toras gerado pela programação linear inteira.

Método	Número de toras		
	A	B	C
PLI	1.200	2.400	4.600
	Demandas		
Máximo	1.200	2.400	4.600
Mínimo	700	1.800	3.000

Embora os resultados encontrados sejam considerados satisfatórios para o problema em questão com a utilização da programação linear inteira sem demandar grande esforço computacional, Silva et al., (2003) enfatizam que para problemas mais complexos com número grande de variáveis de decisão e restrições, soluções operacionais resultantes de arredondamentos da solução via PLI não devem ser adotadas, pois nem sempre representam a realidade. Em tais situações uma boa solução viável pode ser obtida pela aplicação de técnicas heurísticas (HILLIER; LIEBERMAN, 2008). Lirov (1992) propõe em seu estudo, utilizando a metaheurística no problema de corte e empacotamento, a utilização de um sistema de aprendizado aplicando *simulated annealing* para resolver problemas de corte unidimensional como opção para abordagem mais complexa do problema.

CONCLUSÕES

O modelo matemático de programação linear inteira foi eficaz na obtenção de padrões de corte ótimos para fustes de árvores de um povoamento de Eucalipto o que permitiu a minimização dos resíduos não aproveitados pela floresta. Verifica-se então, que a utilização de técnicas de pesquisa operacional pode ser uma ferramenta importante para auxiliar aos gestores florestais na tomada de decisão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A.; Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Árvore**, Viçosa-MG, v.28, n.2, p.207-217, 2004.
- GONÇALVES, J. C. et al. Otimização da determinação de padrões de corte no manejo florestal. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 65, 2013, Natal. **Anais...** Natal, 2013. p. 664-675.
- HILLER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 8ª edição, McGraw-Hill, 828p. 2006.
- INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES (IBÁ). **Relatório Ibá 2017**. São Paulo: IBÁ, 2017. 80 p.
- JAHROMI, M. H. et al. Solving an one-dimensional cutting stock problem by simulated annealing and tabu search. **Journal of Industrial Engineering International**, v. 8, n. 1, p. 24, 2012.
- LEDUC, D.; GOELZ, J. A height-diameter curve for longleaf pine plantations in the Gulf Coastal Plain. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 33, n. 4, p. 164-170, 2009.
- LIROV, Y. Knowledge based approach to the cutting stock problem. **Mathematical and computer modelling**, v. 16, n. 1, p. 107-125, 1992.
- MATIAS, H. B. **Otimização do desdobro de toras por meio de programação linear inteira**. 2017. 76 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2017.
- QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimento para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR**. 2006. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- SILVA, G. F. et al. Problemas com o uso de programação linear com posterior Arredondamento da solução ótima, em regulação florestal. R. **Árvore**, Viçosa-MG, v.27, n.5, p.677-688, 2003.
- SULIMAN, S. M. Pattern generating procedure for the cutting stock problem. **International Journal of Production Economics**, v. 74, n. 1-3, p. 293-301, 2001.